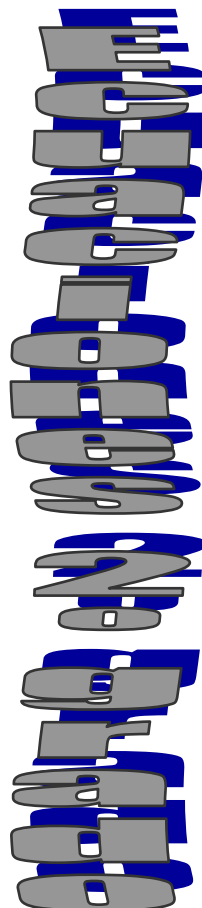
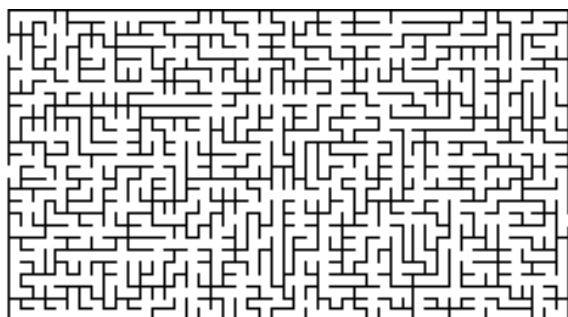


10^{3º ESO}

Bienaventurados los que se ríen de sí mismos porque nunca les faltará motivos para hacerlo.



ÍNDICE:

ACCIDENTES MONUMENTALES

1. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

2. RESOLUCIÓN GENERAL DE LA ECUACIÓN DE 2º

GRADO

3. ECUACIONES BICUADRADAS

4. ECUACIONES FACTORIZADAS

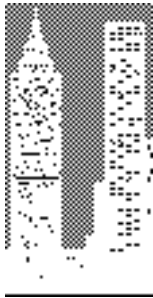
5. ECUACIONES SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE

6. FACTORIZACIÓN DE ECUACIONES. RESOLUCIÓN

7. ECUACIONES CON RADICALES. IRRACIONALES

8. ECUACIONES RACIONALES

ACCIDENTES MONUMENTALES



La relación que existe entre la velocidad al llegar al suelo (m/s) y la altura (m) desde que nos tiramos viene dada por la fórmula siguiente:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

Donde g es la aceleración de la gravedad $\approx 10 \text{ m/s}^2$
y h la altura desde la que nos tiramos

- Si te tirases desde lo más alto del trampolín de una piscina que está a 9,8 m de altura, ¿con qué velocidad llegarías al agua?

Pásalo a Km/h

- Y desde una altura equivalente al Edificio de Múltiples que tiene unos 24,2 m

- En Acapulco (Méjico) hay un espectáculo en el acantilado de La Quebrada. Allí se lanzan al mar desde una altura de 40 metros famosos saltadores. ¿Con qué velocidad llegan al agua?

- En un coche vamos a una velocidad de 100 Kms/h. Si nos chocásemos de frente, el impacto sería equivalente a tirarnos al vacío desde qué altura.

- Y en un coche que circulásemos a 140 Km/h

ALTURA DE ALGUNOS EDIFICIOS

Instituto	9,8 m	Edificio de Múltiples	24,2 m
Giralda de Sevilla	93 m	Catedral de Salamanca	110 m
Pirámide de Kefrén	134,7 m	Sagrada Familia	160 m
Edificio Singer (NY)	193 m	Puente de Alcántara	

1. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Una ecuación se dice de 2º grado si tiene incógnitas elevadas al cuadrado.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Por ejemplo, $3x^2 + 2x - 4 = 0$

En el caso anterior:

término de grado 2	a =	término de grado 1	b =	término independiente	c =
--------------------	-----	--------------------	-----	-----------------------	-----

Ejercicios:

¿Cuáles son las soluciones de?:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = 9 \\ x^2 = 16 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = -9 \\ x^2 = -25 \end{array} \right\} \text{ Todo número positivo tiene dos raíces, el 0 una y los negativos ninguna.}$$

¿Cuáles son las soluciones de?

$$\left. \begin{array}{l} (x-1)^2 = 9 \\ (x+2)^2 = 16 \\ (x-3)^2 = 0 \\ (x-2)^2 = -9 \\ (x+3)^2 = -25 \end{array} \right\}$$

2. RESOLUCIÓN GENERAL DE LA ECUACIÓN DE 2º GRADO

Las soluciones de la ecuación general se hallan mediante la fórmula siguiente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{cases}$$

Una solución se obtiene con el + y la otra con el -.

- Por ejemplo:

$$2x^2 + 6x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} =$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{-6 \pm 2}{4} = \begin{cases} \frac{-6+2}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \\ \frac{-6-2}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

Ejemplo: $-x^2 + 7x - 10 = 0$

• Resuelve: $2x^2 - 5x + 2 = 0$

Discriminante

El número de soluciones depende del valor de $b^2 - 4ac$ que se llama discriminante.

¿Cuántas soluciones tendrán las ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + 5x - 2 = 0 \\ 2x^2 + x + 4 = 0 \\ 3x^2 - 6x + 3 = 0 \end{cases}$$

3. ECUACIONES BICUADRADAS

Son las ecuaciones del tipo:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Haciendo el cambio que se indica se convierten en una de 2º grado:

$$y = x^2 \rightarrow ay^2 + by + c = 0$$

Ejemplo

Resolver la ecuación: $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$.

$$x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{2} \vee x = -2 \vee x = 2$$

Lo mismo para: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

Diferencias entre un polinomio y una ecuación

No hay que confundir un polinomio con una ecuación.

Un polinomio es...	Una ecuación es...
• $x^2 + x - 2$	• $x^2 + x - 2 = 0$
• Expresión variable.	• Igualdad con incógnitas.
• Toma infinitos valores según x .	• Sólo toma ciertos valores que son sus soluciones.
• Para $x = 2$ vale 4	• Sólo tiene dos soluciones o valores posibles que son:
• Para $x = 0$ vale	$x = \quad y \quad x =$
• Para $x = 1$ vale	

Todo polinomio tiene una ecuación asociada. A las soluciones de la ecuación se les llama **ceros o raíces del polinomio**.

Polinomio	Ecuación asociada	Raíces o ceros (Soluciones ecuación)
$x^2 + x - 2$		
$x^2 - 5x + 6$		
$3x+6$		

4. ECUACIONES FACTORIZADAS

- Una ecuación está factorizada si es el producto de factores igualado a cero. Las soluciones serán los valores que hagan cero alguno de los dos factores. Por ejemplo:

$(x - 3) \cdot (x + 7) = 0$	$\begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x_1 = 3 \\ \text{o bien} \\ x + 7 = 0 \rightarrow x_2 = -7 \end{cases}$	Como vemos salen dos soluciones $x_1=3$ y otra $x_2 = -7$
-----------------------------	--	---

- Resuelve: $(x-4) \cdot (x+7)=0$
Resuelve: $x \cdot (x+2)=0$
Resuelve: $x \cdot (x+1) \cdot (x+5)=0$
Resuelve: $(2x - 4) \cdot (3x - 5) = 0$
- Invéntate una ecuación factorizada que tenga de soluciones: $x_1 = 5$ y $x_2 = 7$
Lo mismo para otros valores.

5. ECUACIONES SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE

- Las ecuaciones sin término independiente se pueden factorizar. Por ejemplo:

$$2x^2 + 4x = 0 \rightarrow x \cdot (2x + 4) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ 2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{2} \rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$$

Y por lo tanto luego se resuelven como ecuaciones factorizadas. De estas ecuaciones el 0 siempre es solución.

- Resuelve: $3x^2 + 6x = 0$

Ahora de grado 3:
 $x^3 + 12x^2 - 64x = 0$

6. FACTORIZACIÓN DE ECUACIONES. RESOLUCIÓN

Para resolver ecuaciones de grado superior a 2 procederemos por factorización de la ecuación.

Las soluciones son precisamente los ceros del polinomio.
Resolver:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$$

7. ECUACIONES CON RADICALES. IRRACIONALES

Son las ecuaciones que contienen radicales:

Se resuelven aislando la raíz en un miembro y elevando al cuadrado.

Ejemplo

Resolver: $\sqrt{x} + 2 = x$

Resolver la ecuación: $\sqrt{x+1} + 4 = 2x$

Importante

En las irracionales siempre hay que comprobar la soluciones hipotéticas para asegurar la verdadera solución.

8. ECUACIONES RACIONALES

Por ejemplo,

$$\frac{8}{x} = \frac{x+6}{5}$$

Multiplicamos en cruz y resolvemos la ecuación resultante.

$$8 \cdot 5 = x \cdot (x + 6)$$